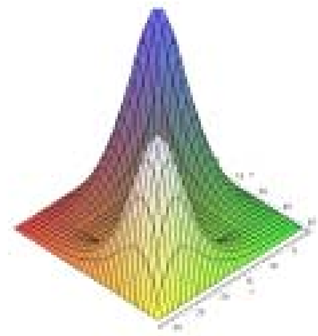
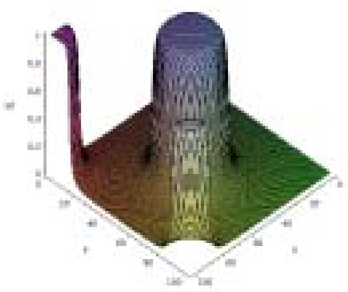
平成 25年度・首都大学東京・数理情報科学専攻・倉田研究室紹介

倉田研究室では，超伝導，非線形光学などの物理現象や数理生態学に現れるパターン形成などの現象の数理モデルの非線形解析，付随した変分問題，最適化問題などを主に研究しています.数理モデルとしては，非線形偏微分方程式を主に扱いますが，特に，非線形楕円型偏微分方程式の研究が中心となっています．そうした解析のために必要な線形楕円型偏微分方程式や放物型偏微分方程式の解の定性的研究にも興味を持っており，また逆問題や非線形問題の解の視覚化（Mapleや FreeFEM++などを用いた数値シミュレーション）にも興味をもっています．
変分問題，非線形偏微分方程式，非線形現象の数理に興味をもつ学生の方は，一緒に勉強・研究しませんか？ たとえ入学時に知識が少ないことに不安を感じる人でも，粘り強さ・好奇心・向上心と地道な計算力に自信のある人にはぜひ訪ねてきてほしいです．

主な研究テーマ：
◆**変分問題および最適化問題の研究**：興味深い物理現象や生命現象を記述する数理モデルの**定常状態**は対応するエネルギー汎関数の値を最小（あるいは極小）にする状態として捉える



ことができる場合が多く、そのとき問題は**変分構造を持つ**といいます。そうした視点で定式化され解の構造を調べることができる問題を**変分問題**といいます。そのエネルギー汎関数の最小（あるいは極小）状態及び、より一般的にエネルギー汎関数の**臨界点**を捕まえる方法論として**変分法**があります。線形固有値問題なども変分問題の１つとして捉えることができます。個々の非線形現象のもつ多様な特性は　　　　　対応するエネルギー汎関数のもつ臨界点の多様な構造から理解・解明できます。もちろん、適切なエネルギー汎関数は何か？という問題も大切です。本研究室では、**変分問題における対称性をもつ領域上での解の対称性の崩れ現象**や**超伝導、非**

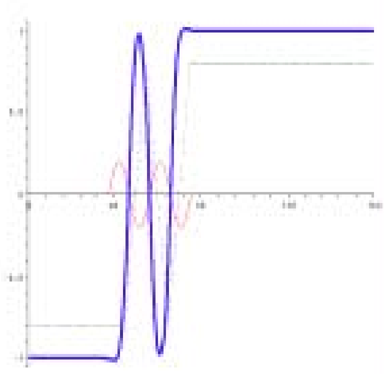


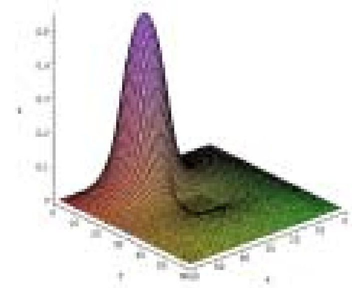
線形光学などの物理現象や数理生態学などの生命現象におけるパターン形成問題に現れる非線形変分問題の解の構造の研究を行っています。特に、環境効果などが入った場合の解の構造の変化や付随して**最適状態を探す最適化問題**などの研究を行っています。非線形現象ではエネルギー

汎関数にけるちょっとした微小効果が解の構造をドラスティックに変えてしまう(分岐現象と呼ばれることもあります)という驚きと面白さがあるのです。

◆非線形解析とその応用：非線形問題には、上のように変分構造を持たないものもたくさんあります。一般的に、多様な非線形問題の解析方法には変分法の他にも代表的なものに、陰関数定理、分岐理論や不動点定理を用いるものなどがあります。それらを組み合わせて解析しなければならない場合もあります。現象をよく表してるよい近似解の近くに真の厳密解を求めたいときなど、陰関数定理(や縮小写像の原理などの不動点定理)が威力を発揮します。本研究室でも、必要に応じてこうした非線形解析の手法を組み合わせての解析も行っています。

◆偏微分方程式、特に、非線形楕円型偏微分方程式(系)の解の構造の研究：非線形現象を記述するモデルの多くは非線形偏微分方程式で記述されます。時には、1つの方程式だけではなく、未知関数が2つとか3つとかの（2つの性質の違う化学物質の相互作用を取り入れてとか）連立の非線形偏微分方程式として記述されることも多いです。熱伝導や波動現象の記述のように時間発展現象を記述するモデルにおいても、その定常状態を記述するものとして非線形楕円型偏微分方程式（系）が現れ、その解の構造を解明することは、時間発展現象のダイナミックスの理解にも重要です。定常状態だけでなく、定在波解、進行波解、孤立波解（ソリトン）など特徴的な解の存在を調べることは、非線形楕円型偏微分方程式の解の存在を調べることにも帰着します。本研究室では、そうしたいくつかの興味深い非線形現象も出るに現れる非線形楕円型偏微分方程式（系）の解の構造や相分離現象を記述する4階の微分方程式の解の研究を主に行っています。





◆固有値最適化問題の研究：比率は与えられた材質の異なる2枚の膜で太鼓も膜を貼って、最も低い音を出す太鼓を作るにはどう貼ればよいか？限られた資源がある状況で、魚にとって
最もよい環境（資源の分布状況）とはどういう状態か？これらの問題は対応する固有値問題に対しての最適化問題として定式化できます。本研究室では、こうした素朴な問題にも挑戦しています。

◇現在(H25年度)の所属大学院生状況：博士後期課程 1年 1名：非有界な係数をもつ2階の楕円型及び放物型偏微分方程式の解の構造を研究中。博士前期課程 2年 3名： 主に数理生態学に現れるパター形成問題や相分離現象に関する研究論文を読んで研究テーマを模索中。
博士前期課程 1年 2名： 函数空間や偏微分方程式の基礎を勉強中。

◇過去の取得学位実績：学位(修士)：18名，学位(博士)：6名
◇取得学位後の進路：
修士号取得者：博士後期課程への進学、企業就職、予備校教師、高校教員など
博士号取得者：大学等の研究者、学振特別研究員、COE研究員、大学非常勤講師など

◇過去の修士論文のテーマ（主なもの）：

- 3種の食物連鎖型 Prey-Predator モデルに現れる反応拡散系の定常解の a priori 評価と非定数定常解の存在
- 5成分の Gierer-Meinhardt 系及びそのシャドウ系の解のアプリオリ評価と非定数解の非存在について
- いくつかの FitzHugh-nagumo 型反応拡散系におけるエネルギー最小の定常解の構造について
- Ohmic heating 問題に現れる非線形楕円型境界値問題について
- 気候変動を伴う反応拡散方程式の進行波解について
- 反応拡散方程式における境界爆発解の存在とパターン形成問題への応用
- 飽和効果をもつギーラー・マインハルト系の多重ピーク解の構成と漸近挙動
- 非線形楕円型境界値問題における対称性の崩れ現象について
- 超伝導現象に現れるギンツブルグ・ランダウモデルの解析
- 相分離現象に現れる 4階微分方程式の安定解の研究
- 非線形光学に現れる非線形シュレディンガー方程式の凝縮解の研究
- 非線形楕円型境界値問題における最適化問題の研究
- 神経パルスの伝播モデルに関連したフィッツフー・南雲モデルの解析
- ポテンシャル逆問題の研究
- プラズマの閉じ込め問題に係る変分問題の研究
- 数理生態学に現れるロトカ・ボルテラモデルの解析

◇過去のセミナーテキスト例：

「Elliptic equations: An introductory approach」(Chipot 著)
「偏微分方程式論」（堤 誉志雄著、培風館）
「関数解析」（ブレジス著）
「Applied Analysis」（鈴木 貴・仙葉 隆著）
「非線形数学」（増田久弥著）
「Partial Differential equations」(L.C.Evans 著)
「Elliptic Partial Differential Equations of second order」(D. Gilbarg, N.Trudinger 著)
「Second order Elliptic PDE and Systems」(Y.-Z. Chen and L.-C. Wu 著)
「Applied Functional Analysis and PDE」(M. Miklavcic 著)
「Partial Differential equations」(V. Barbu 著)
「Post Modern Analysis」(J. Jost 著)
「Calculus of Variations」(J. Jost ら著)
「Variational Methods」(M. Struwe 著)
「Order structure and Topological Methods in Nonlinear PDE(Y.Du 著)
「逆問題の数学」（堤正義著）
「偏微分方程式入門」（井川満著）

◇メッセージ：

- (前期課程の)ゼミの方針：前期課程 1年次の内少なくとも半年は、基礎事項の修得をみっちり行い、同時にきちんと理解する訓練を行う。各学生の興味関心と相談しながら、研究セミナー(教室談話会、数理解析セミナーや変分問題セミナーなどへの参加を促し、徐々に研究テーマの紹介や絞込みを行っていく。1年次後半もしくは 2年次前期の早い段階で、興味ある分野の研究論文で基本的なものに触れ、読みこなす経験をしながら、数学研究の最先端を体験する。　研究テーマについて、関連した研究論文を比較検討したり、さらに歴史的にさかのぼったりする中で、自ら問題提起をできるよう指導する。2年次前半もしくは半ばには、できるだけ研究テーマの絞込みを行い、問題意識をもって課題解決にむけて試行錯誤を行い、課題解決を目指し、何らかの新しい知見を得ることを目標とする。

求める学生像： 数学が好きな学生、考えることをいとわない学生、好奇心旺盛で粘り強い学生は大歓迎です。できたら、常微分方程式入門、ベクトル解析、フーリエ級数、フーリエ変換、ルベーグ積分、関数解析の初歩などは少なくとも 1 度は履修したり自主学習をしたことのあるのが望ましいです。ただし、大学院入学時にもし予備知識が少なくても、きちんと考えることのできる学生なら必ず伸びるとおもいますので、そういう学生もどうぞ。多少、野心のある学生もどうぞ。

アドバイス： 4 年のゼミで何かのテキストを読む訓練をするはずです。4 年のゼミでできるだけじっくり読む癖をつけましょう。わからないこと、知らないことが出てきたら必ず復習したり、調べたりして再確認しましょう。次の問いに自問自答してみてください。

- ✓ 習った定理で面白い感じるものがありますか？
- ✓ なぜその定理をおもしろいと思うか説明できますか？
- ✓ わかった！と感じる経験はしたことがありますか？
- ✓ なんとなくわかるけれど、どうもすっきりわかった気がしない。。そんなとき、まあいいやとほっておきますか？それとも、気持ち悪いのですっきりわかるまで考えたいですか？
- ✓ 習ったといえる定義や定理を何も見ないで書けますか？
- ✓ 教科書、参考書、授業等で習った証明とは別の証明を考えた経験はありますか？
- ✓ 教科書や授業で先生が言っていることの間違いを指摘したことはありますか？
- ✓ 自分で何か数学の本を 1 冊じっくり読んだことはありますか？どんな本？
- ✓ 演習問題に取り組むとき、できないとすぐに答えを見たり聞いたりしないと落ち着かないですか？
- ✓ 演習問題の取り組みで、すぐにはできなくても試行錯誤をして自力で解けた経験はありますか？
- ✓ ちょっと難しそうな問題にはまったく手がつけないですぐにあきらめる方ですか？それとも何とかして解きたいと頑張ってみるほうですか？
- ✓ 少し背伸びをしてもいいから、面白そうだなと思う数学の解説書を見たりする方ですか？

◇参考資料：（以下の研究室ＨＰを参照してください）
倉田研究室ＨＰ： http://www.comp.tmu.ac.jp/tmu-kurata/index.html
＊倉田研究室を希望する学生への一問一答，推薦図書など.

◇問い合わせ先：＊いつでも、質問を受け付けます。
倉田 和浩 電話：０４２－６７７－２４５９ E-mail: kurata@tmu.ac.jp